УДК 511.48

Алгоритм доказательства Великой Теоремы Ферма

Паршаков Дмитрий Васильевич, мастер
ООО «ЭММ»

Аннотация. *Эта статья предлагает вам решение загадки П.Ферма (1601г.- 1665г). Теорема Ферма - это не задача для высшей математики или неэвклидовой геометрии, нет, это загадка на логику. Во-первых, при жизни П.Ферма неэвклидовой геометрии попросту не существовало. Во-вторых, он оставил явную подсказку, утверждая, что доказательство не уместится на узких полях «Арифметики» Диофанта. Поэтому нетрудно предположить, что Ферма имел ввиду геометрическую фигуру, а так как кроме эвклидовой геометрии других геометрий не существовало, то, вероятнее всего, его доказательство основывалось именно на ней.*

Ключевые слова: *теорема Пифагора, теорема синусов, алгоритм.*

Введение

Ферма утверждал, что для чисел «c» не существует натуральных значений при натуральных значениях «a» и «b», при «n» больше 2 . $\sqrt[n]{a^n + b^n} = \sqrt[n]{c^n} = \text{c} \neq N$

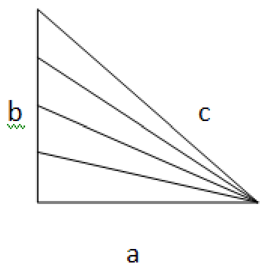
В общем виде эта формула выглядит так:

$$\text{a}^n + b^n = c^n$$

И она выглядит похожей на уравнение Пифагора для прямоугольного треугольника при вычислении длины его сторон.

$$\text{a}^2 + b^2 = c^2$$

А равнобедренный прямоугольный треугольник, в свою очередь можно считать графическим отображением этой формулы.



Это график квадратного уравнения при «a» = 4 с шагом 1.

Где «a» большее число, в данном случае это число «4». Если же число «b» будет иметь значение больше «4» то его нужно автоматически считать большим числом уравнения, то есть стороной «a».

Итак, для уравнения

$$\text{a}^2 + b^2 = c^2$$

Графическим отображением являются прямоугольные треугольники в равнобедренном прямоугольном треугольнике.

С давних времен известно о том, что комбинация натуральных чисел 3.4.5 создают прямоугольный треугольник. И это знание было успешно применяемо в строительстве. Но для строителей это сочетание имело чисто практическое значение. Поэтому тогда никого не интересовало теоретическое обоснование математической закономерности этих чисел. Но Пьер Ферма выдвинул гипотезу, что натуральные числа имеют место быть только в квадратном уравнении. Однако доказательства этой гипотезы он не оставил, хотя утверждал, что нашел его. Итак, первое что нужно доказать, что существует алгоритм нахождения натуральных чисел для уравнения

$$\text{a}^2 + b^2 = c^2$$

Где «a» это больший катет, а «c» является гипотенузой.

1. Теорема: алгоритм нахождения натуральных чисел для формулы Пифагора

Разберем самое известное сочетание 3,4,5. Казалось бы, какая в этих числах закономерность, кроме их последовательности? Но сложив большее число «a» в уравнении с числом суммы «c» мы получим квадрат числа «b»: 4+5=9. Это можно назвать случайностью. Тогда нужны еще примеры натуральных чисел, верных для квадратного уравнения. Например: 5, 12, 13. Сложив большие числа, мы вновь получаем квадрат меньшего числа 5: 12+13=25. Это уже похоже на закономерность. Первое, что бросается в глаза: это то, что два больших числа последовательны. Также ясно, что наименьшее число непременно должно быть нечетным, так как одно из больших чисел нечетное, а другое четное. Из этого следует, что большее число в уравнении «a» меньше числа суммы «c» на «1». Теперь можно составить равенство:

$$c = a + 1$$

Из вышесказанного ясно, что «b» возведенное в квадрат напрямую влияет на числа «a» и «c». Составим следующее равенство:

$$a = \frac{b^2 - 1}{2} \quad c = \frac{b^2 - 1}{2} + 1$$

Если предположение: что сумма больших чисел в квадратном уравнении равна квадрату наименьшего числа, то подставив эти две формулы должно получиться равенство для уравнения:

$$b^2 = a + c$$

Подставим значения «a» и «c»

$$b^2 = \frac{b^2-1}{2} + \frac{b^2-1}{2} + 1$$

$$b^2 = \frac{b^2}{2} - \frac{1}{2} + \frac{b^2}{2} - \frac{1}{2} + 1$$

$$b^2 = \frac{2b^2}{2} - 1 + 1$$

$$b^2 = b^2$$

Что и требовалось доказать.

Теперь подставим эти получившиеся формулы в квадратное уравнение:

$$\mathrm{a}^2 + b^2 = c^2$$

$$\left(\frac{b^2-1}{2}\right)^2 + b^2 = \left(\frac{b^2-1}{2} + 1\right)^2$$

$$b^2 = \left(\frac{b^2-1}{2} + 1\right)^2 - \left(\frac{b^2-1}{2}\right)^2$$

$$b^2 = \left(\frac{b^2-1}{2}\right)^2 + 2\frac{b^2-1}{2} + 1 - \left(\frac{b^2-1}{2}\right)^2$$

$$b^2 = \frac{2b^2}{2} - 1 + 1$$

$$b^2 = b^2$$

Для квадратного уравнения использование равенств

$$a = \frac{b^2-1}{2} \; c = \frac{b^2-1}{2} + 1$$

Также верно.

Итак, для нахождения натуральных чисел в прямоугольном треугольнике, достаточно знать значение меньшего катета, при условии, что это значение нечетно.

Пример

$$17^2 = \frac{17^2-1}{2} + \frac{17^2-1}{2} + 1$$

$$289 = \frac{289-1}{2} + \frac{289-1}{2} + 1$$

$$289 = 144 + 145 \; \mathrm{a} = 144 \; \mathrm{c} = 145$$

$$289 = 145^2 - 144^2$$

$$289 = 21025 - 20736$$

$$289 = 289$$

Доказано, что любое наименьшее нечетное число, кроме 1, имеет два натуральных числа в квадратном уравнении,

$$\mathrm{a}^2 + b^2 = c^2$$

А так как формула $(xa)^2 + (\mathrm{xb})^2 = (\mathrm{xc})^2$ при $x \geq 2$ верна, то из этой формулы следует, что любое натуральное число (четное или нечетное) кроме 1 и2, имеет свою пару натуральных чисел, а то и не одну.

2. Доказательство теоремы Ферма через теоремы синусов

Теперь, когда доказано, что для формулы теоремы Пифагора, существует алгоритм нахождения «троек» натуральных чисел, то есть вероятность существования алгоритма для доказательства Великой Теоремы Ферма: о невозможности нахождения «троек» чисел с натуральными значениями для уравнения

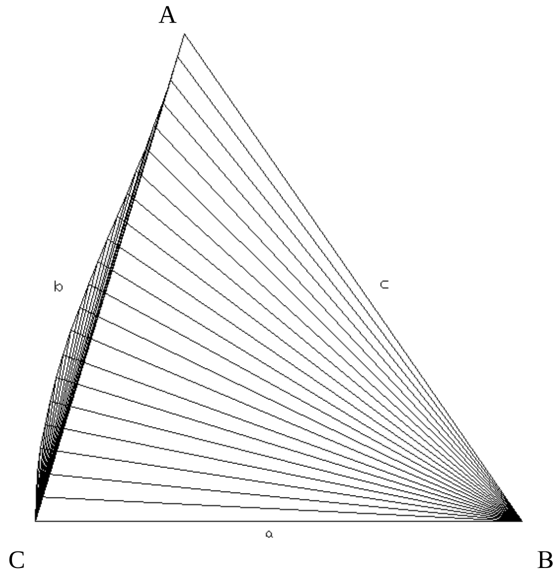
$$\mathrm{a}^n + b^n = c^n$$

При «n»> 2 .

В этом уравнении, как и в формуле Пифагора, есть три числа. Поэтому из них можно составить треугольник. И если для квадратного уравнения графиком является множество прямоугольных треугольников , ограниченных равными сторонами, то можно составить подобный график и для остальных «n»>2, который должен быть также ограничен равными сторонами. И также как для графика квадратного уравнения, сторона «a» должна быть больше или равна стороне «b». Для начала составим график для «n»=3, чтобы график выглядел более подробно возьмем число «a»=20, с шагом 1. А также соединим вершины получившихся треугольников.

Это графическое отображение для уравнения:

рисунок 1

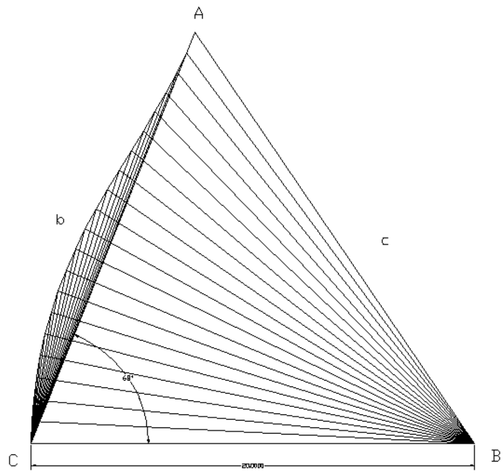


Итак, отображение кубического уравнения (или функцией) является множество треугольников, ограниченных значением стороны «a» и значением стороны «b» = «a». Еще раз напомню, что при «b»> «a» , значение «b» переносится на сторону «a», и наоборот значение «a» переносится на сторону «b».

Из этого графика видно, что угол «C», противоположный стороне «c», имеет значения примерно от 90 до 78 градусов.

$$90^0 > \mathrm{C} > 78^0$$

Рисунок 2



На рис. 2 изображен график для уравнения $a^9 + b^9 = c^9$. Как видно из графика, угол «C», при «a» = «b», уменьшился и составил 68 градусов, однако при наименьших значениях «b», этот угол также стремится к 90 градусам. И чем выше степень «n» тем меньше будет угол при «a» = «b», оставаясь неизменным при наименьших значениях «b». Но угол «C» не может быть равным 60 градусам, иначе «a» = «c», что противоречит уравнению. Исходя из этого, можно составить неравенство для угла «C», при всех «n».

$$60^0 > \mathrm{C} > 90^0$$

Из этого также следует, что угол «A» имеет те же самые пределы, а вот угол «B» имеет пределы от 0 до 60 градусов соответственно. Составим неравенство для этих углов

$$60^0 < A < 90^0 \; 0^0 < B < 60^0$$

Итак, установлены значения углов «A», «B» и «C». Теперь можно приступить непосредственно к доказательству теоремы.

Чтобы доказать теорему для всех натуральных чисел при натуральном значении «n» > 2, нужно найти какой-то общий алгоритм.

Итак, при любом значении «n» три числа составляют треугольник, и для их нахождения можно использовать тригонометрические функции. Проще всего использовать теорему синусов

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \; b = a\frac{\sin B}{\sin A}$$

Подставим значение «b» в уравнение

$$\mathrm{a}^n + b^n = c^n$$

$$a^n + \left(a\frac{\sin B}{\sin A}\right)^n = c^n \; a^n\frac{\sin B^n}{\sin A^n} + a^n = c^n$$

$$a^n\left(\frac{\sin B^n}{\sin A^n}+1\right)=c^n$$

Упростим уравнение

$$a\sqrt[n]{\left(\frac{\sin B}{\sin A}\right)^n+1}=c$$

Это уже можно считать доказательством Теоремы Ферма, так как синус угла «A» больше синуса угла «B», и их соотношение не может быть натуральным числом. Но, представить это уравнение можно и при подстановке числа «a».

$$a=b\frac{\sin A}{\sin B}\ b\sqrt[n]{\left(\frac{\sin A}{\sin B}\right)^n+1}=c$$

И тогда соотношения синусов вполне может иметь натуральное значение. Поэтому представим эти соотношения как некое натуральное число «x», а числа «a» и «b» : натуральным числом «y»

$$\frac{\sin A}{\sin B}=\frac{\sin B}{\sin A}=x\ a=b=y$$

Теперь подставим в уравнение эти неизвестные

$$y\sqrt[n]{x^n+1}=c$$

Итак, получилось универсальное уравнение для любых значений чисел и синусов углов между ними, а также для любых «n». Это уравнение не имеет не только натурального значения, но является иррациональным числом. Так как если натуральное число возвести в степень и увеличить его на 1, то при извлечении корня этой же степени из полученного числа, значение уравнения будет иррациональным.

$$\sqrt[n]{x^n+1}\neq Q$$

Произведение иррационального числа с натуральным числом имеет иррациональное значение

$$y\sqrt[n]{x^n+1}=c\neq Q$$

Следовательно: не существует «троек» чисел с натуральным значением для уравнения

$$\mathrm{a}^n+b^n=c^n\ .$$

$$\sqrt[n]{a^n+b^n}=\sqrt[n]{c^n}=\mathrm{c}\neq N$$

Что и требовалось доказать.

Литература:

1.Гордин Р.К. Геометрия. Планиметрия.
2.Макарычев А.Г. Алгебра 8кл.